

お詫びと訂正：前回プリントの番号は 平 17 ⑥ → 平 20 ⑥

プリント④【電磁波の分類と性質】解答

★ 8) TBS (954kHz) $3.14 \times 10^2 \text{m}$, 東京 FM (80.0MHz) 3.75m

★ 9) a) $1.18 \times 10^{15} \text{s}^{-1}$ ($1.18 \times 10^{15} \text{Hz}$) b) $E = h\nu = 7.82 \times 10^{-19} \text{J}$ この値は光子 1 個のエネルギーである。つまり $E = h\nu$ の式を使うことは光の粒子性を前提にしている。

$EN_A = 4.71 \times 10^5 \text{Jmol}^{-1}$ (471kJ mol^{-1}) 原子や分子のエネルギーは非常に小さい値なので、化学でエネルギーを計算するときは 6.022×10^{23} 個 (1 mol) をひとまとめにして、 kJmol^{-1} で表す。ひとまとめにするにはアボガドロ定数 $N_A (=6.022 \times 10^{23} \text{mol}^{-1})$ をかければよい。
254 nm の光 (かなり波長の短い紫外線) のエネルギーは有機化合物の結合エネルギーよりも大きいので、結合を開裂する可能性がある。

【水素の原子スペクトル】つづき (プリント⑥参照) (§ 2.2)

ポイント

1. 水素の原子スペクトル (可視・紫外領域) は規則的である。
2. その一般式は、バルマー系列 (教科書 p.25 図 2.4) の場合

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = 3.29 \times 10^{15} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \dots \text{教科書にはないが、(2.0)式とする}$$

3. バルマー系列以外にも同じような系列のスペクトルがある。

$$\text{全波長領域では } \nu = \frac{c}{\lambda} = 3.29 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \quad \dots \text{教科書(2.1)式}$$

ただし n_1, n_2 は正の整数で $n_1 > n_2$ (n_1, n_2 は、他の本ではふつう $n_1 < n_2$)

4. その説明： n_1 の軌道から n_2 の軌道への遷移：エネルギー準位の n とは「殻」のこと
つまり $n=1$ は K 殻、 $n=2$ は L 殻、 $n=3$ は M 殻、……

ボーアの原子 (§ 2.2)

授業の流れ

水素の原子スペクトル → ボーアモデル → 水素の軌道論：古典論

量子論：電子の波動性 → 水素の軌道論 → 原子の軌道論 → 量子数 → 周期律

ポイント

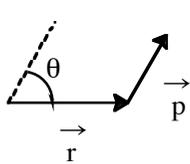
1. 原子の世界では クーロン力 (静電気相互作用) \gg 万有引力
2. ボーアの量子仮説 (量子条件)：電子の角運動量は不連続 (= 離散的 = とびとび)
3. 水素原子の「大きさ」
4. 原子スペクトルの理論的証明

【A】電子が核のまわりを等速円運動しているとして

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (2.2)$$

m_e ：電子の質量 v ：電子の速度 r ：円運動の半径 e ：電子の電荷 ϵ_0 ：真空中の誘電率 (値は教科書 p.248 を見よ。ただし $F^{\text{フラッド}} = C^2 J^{-1}$) (2.2)式で係数に $1/4\pi$ がつく理由は例えば「電磁気学の単位系」青野修、丸善を見よ)

[B] ボーアの量子仮説 (角運動量についての仮説)



ベクトルの積(外積)の定義 $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$

その絶対値は $l = r \cdot p \cdot |\sin \theta|$

等速円運動ならば $\theta = 90^\circ \therefore l = r \cdot p = r \cdot mv$

角運動量 $m_e v r = \frac{h}{2\pi} \cdot n$ (2.3) $\therefore v = \frac{nh}{2\pi m_e r}$ (2.3')

$n = 1, 2, 3$: 量子数 はK, L, M : 殻のこと

[C] 水素原子の半径 (ボーア半径) を求める

(2.2) (2.3') より v を消去すると $r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} \cdot n^2$ (2.5)

★演習1) $n=1$ に対する r (K殻の半径) を求めよ。

$r = (\quad) \times 10^{(\quad)} \text{m} = (\quad) \text{\AA}$: ボーア半径 (a_0)

\AA (オングストローム) $= 10^{-10} \text{m} = 100 \text{pm}$

[D] 電子の全エネルギー(E) = 運動エネルギー(K) + 位置エネルギー(U)

$E_n = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$ (2.6)

これに(2.2)を代入して v を消去すると $E_n = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}$

さらに(2.5) を代入して r を消去すると $E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 n^2 h^2}$ 以上2つの式(2.7)

[E] $n=n_1$ と $n=n_2$ ($n_1 > n_2$) のエネルギー差は

$E_{n_1} - E_{n_2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$ (2.8)

演習2) 水素原子が n_1 の状態から n_2 の状態に遷移するときに出す光の振動数を ν とするとき、

ν と $\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$ との関係を求めよ。解答は(2.9)式になるはずである。

演習3) (2.9)式で $\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3}$ を計算せよ。かなり面倒だが、計算力を試してみよう。各定数の値

は、教科書 p.248 に。なお F は静電容量についてのSI誘導単位 ; $F = \text{N}^{-1} \text{m}^{-1} \text{C}^2$

解答は(2.1)式になるはずである (単位は s^{-1}) 。

次回の予習項目 : 教科書 p.27 2.3 波動としての電子、2.4 量子論と軌道関数

はみだし) ことしも阪神タイガースの調子がよいようですが。タイガースが 20 年ぶりに優勝した 1985 年 (バース、掛布、岡田 (現監督) が巨人の榎原からバックスクリーンへ連続3連発を打ち込んだ年) のある試合のこと、この日も猛打爆発。興奮したアナウンサー「去年と選手も同じ、球場も同じ、観客も同じ。いったいどこが違うんでしょう!!」この日解説をしていたのは、その年から監督を吉田義男に譲った安藤統夫でした。私が放送を聞いていたときのホントの話です。